



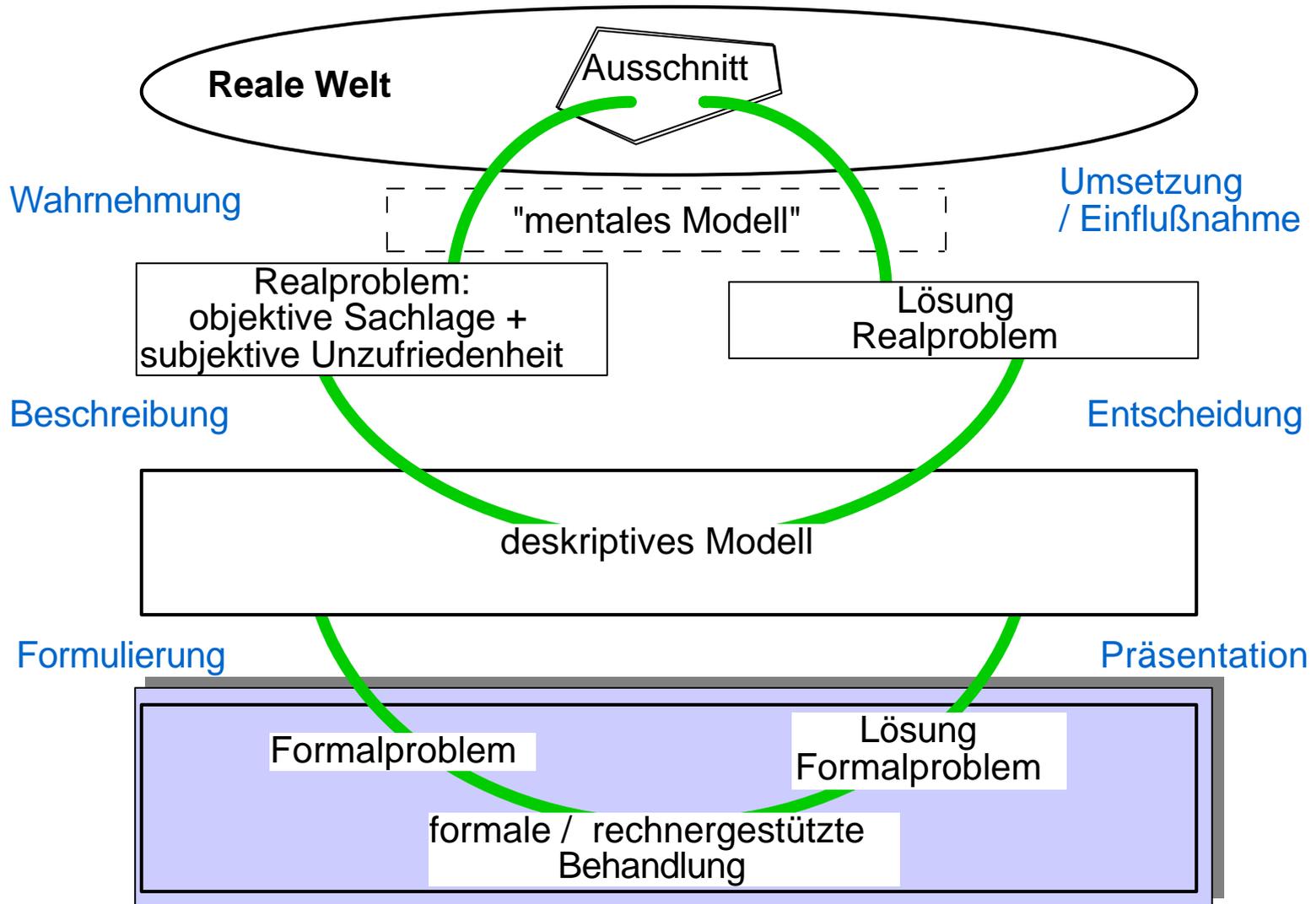
Modellgestützte Bewertung ereignisorientierter Systeme

Peter Kemper

LS Informatik IV, Universität Dortmund, Germany

- Prinzipielles Vorgehen
- Ausgestaltung im Umfeld logistischer Systeme
 - prozeßorientierte Modellierung
 - Abbildung auf Modellwelten mit spezifischen Analysetechniken
- Analysemethoden
 - simulativ, numerisch, analytisch
- Anwendungsbeispiel aus dem Supply Chain Management

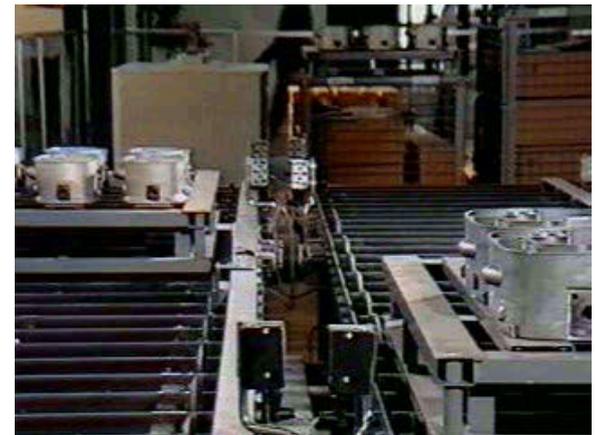
Modellierung
=> Modellgestützte Lösung von Problemen





Reale Welt und ereignisorientierte Systeme

- kontinuierlich vs diskret, eine Frage der Sichtweise
 - eine Sichtweise aus der Betriebswirtschaft: Buchhaltung, Kostenrechnung, Buchungen sind atomare Operationen
 - eine Sichtweise aus der Logistik: Stückguttransport, Einzelobjekte befinden sich zu einem Zeitpunkt an einem Ort, Betriebsdatenerfassung liefert atomare Zustandsänderungen
 - eine Sichtweise aus der Informatik: Bearbeitung eines Programms erfolgt durch Abarbeiten einzelner Befehle
- Sichtweise als ereignisorientiertes System
 - Zustände und Ereignisse
 - z.B. wo befinden sich Werkstücke im Sinne eines Transportprozesses, vor, auf oder hinter dem Band?
Ereignisse: Abfahrt / Ankunft
 - weniger interessant:
 - zeitgetaktetes System,
z.B. bei 24 Bildern / s, welches Bild wird zu einem Zeitpunkt angezeigt





Modellwelt, ProC/B

- ereignisorientierte Systeme

- Zustand
- atomare Zustandsänderungen durch Eintreten von Ereignissen
- Zeit
 - aus funktionaler Sicht: partielle Ordnung von Ereignissen im Sinne von vorher / nachher Reihenfolgen
 - aus quantitativer Sicht: totale Ordnung
 - Zeit als diskrete oder kontinuierliche Größe

- Einsatzgebiet Rechen- und Kommunikationssysteme

dort eine Reihe von:

- Notationen: Automaten, Petri Netze, Prozeßalgebren, Warteschlangennetze, ...
- Methoden: Simulation, Analyse stochastischer Prozesse, ...

- durch den SFB 559, „Modellierung großer Netze in der Logistik“
Einsatzgebiet in der Logistik

dort: prozeßorientierte Sichtweise, Prozeßketten Paradigma

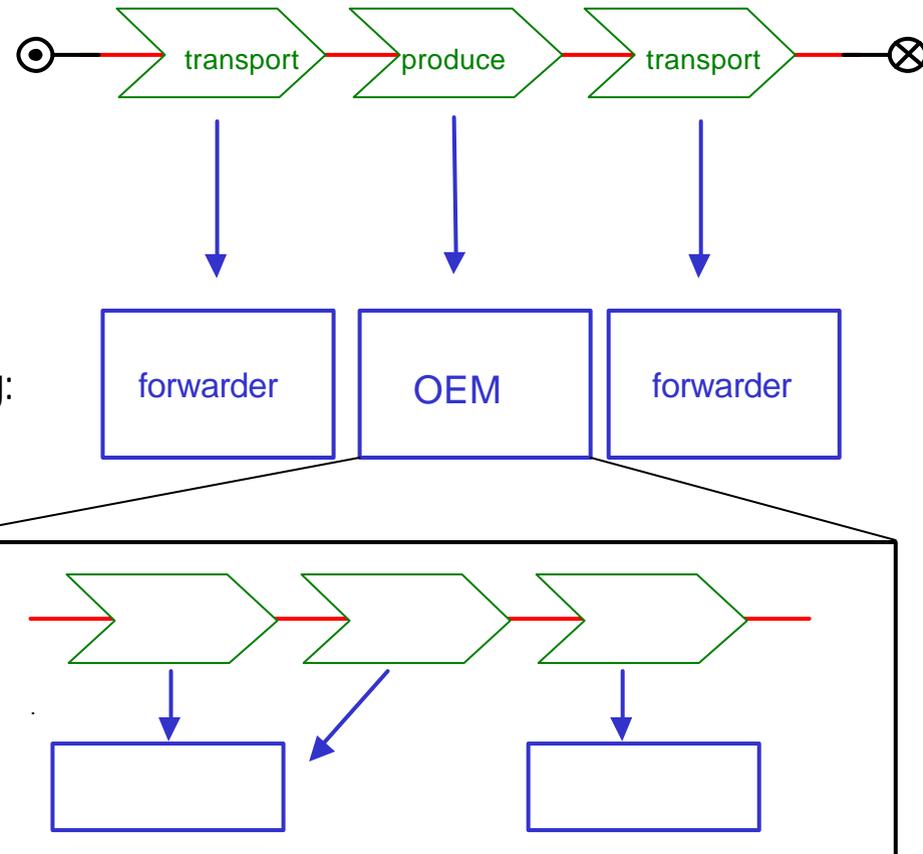


Prozeßketten, Grundidee

ProC/B, Grundidee

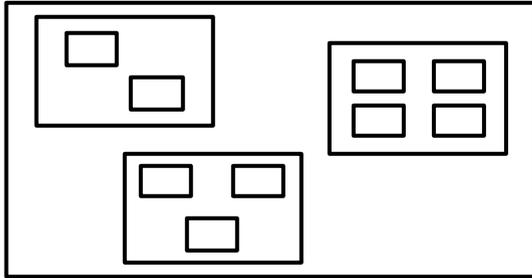
- Prozeßketten beschreiben Verhalten:
Was passiert und wann?
 - Aktivitäten: **PC Elemente**
 - Reihenfolge durch: sequ. **Konkatenation** + Konnektoren
 - Prozeß Inkarnation + Terminierung: **Quellen + Senken**
 - „Ressourcen“ / Funktionseinheiten spiegeln Struktur des Systems
- Wie geht das?
insbesondere bei großen Modellen

- Wer leistet Teilaufgaben?

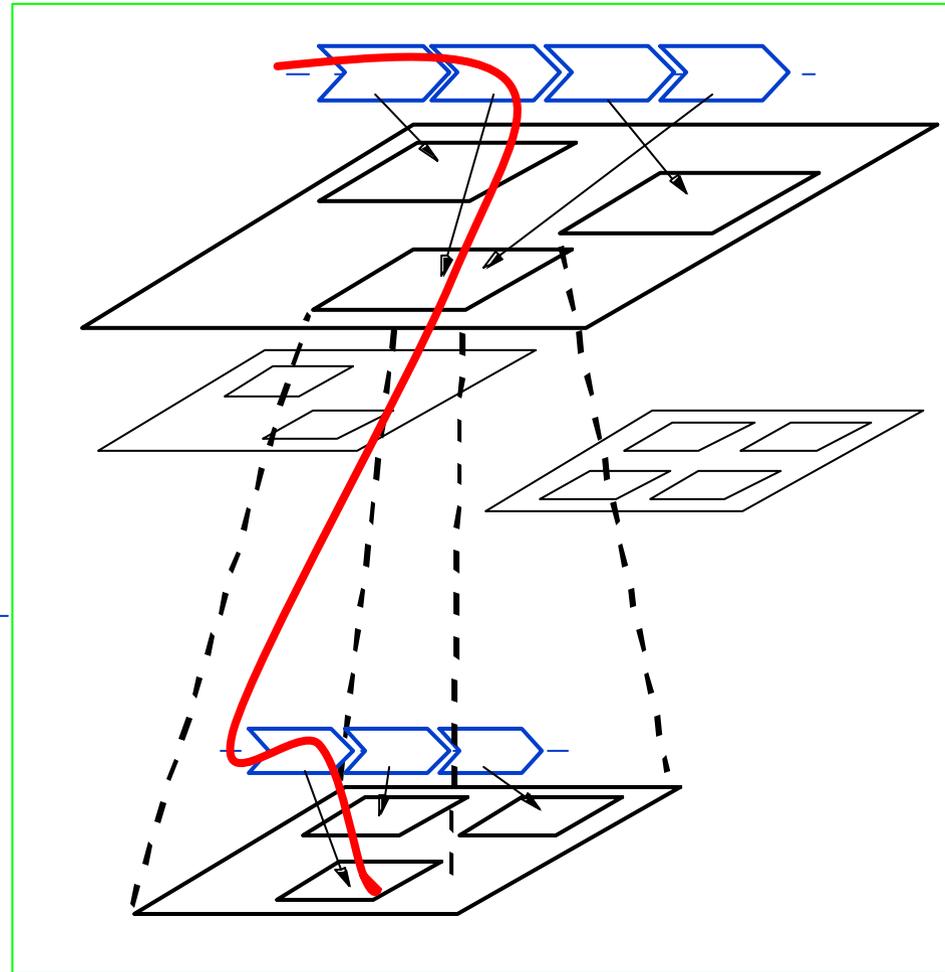
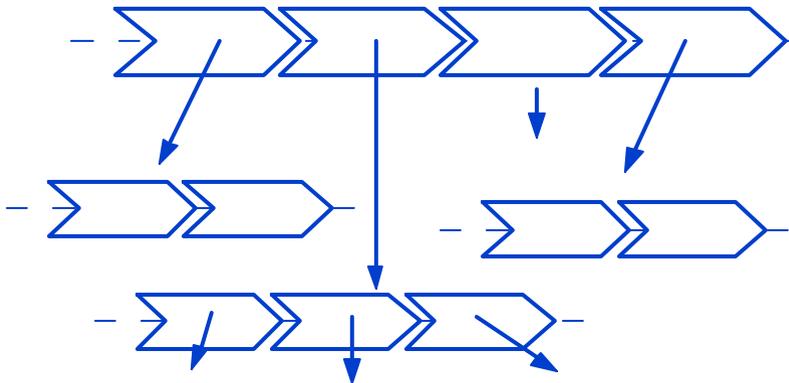


ProC/B, Hierarchie

- Strukturelle Hierarchie („Enthaltensein Hierarchie“):
Funktionseinheiten enthalten Funktionseinheiten enthalten ...



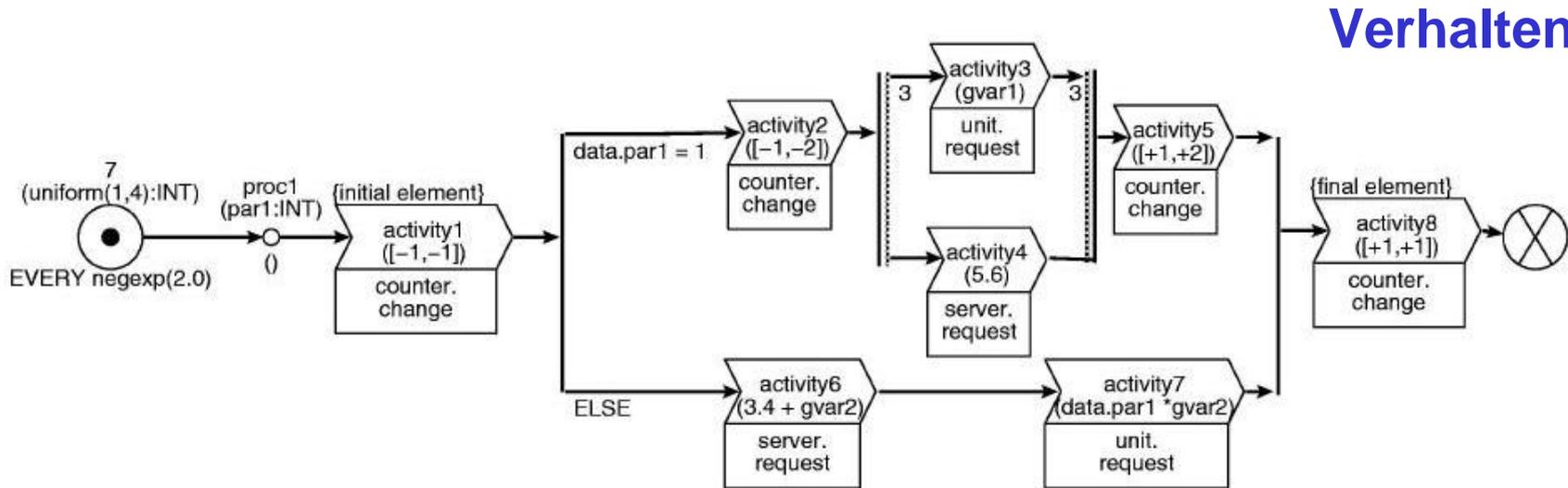
- Verhaltenshierarchie („Aufrufhierarchie“):
Prozesse werden durch Folgen von
Aktivitäten beschrieben, die durch Folgen
von Aktivitäten ...





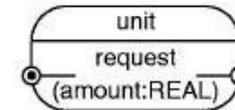
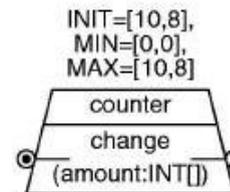
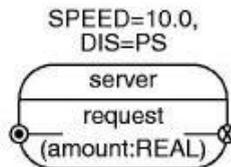
ProC/B, Beispielscreenshot

model1



Verhalten

gvar2:INT=1
gvar1:REAL=2.3
{var-defs with initial values}



Struktur



Eigenschaften

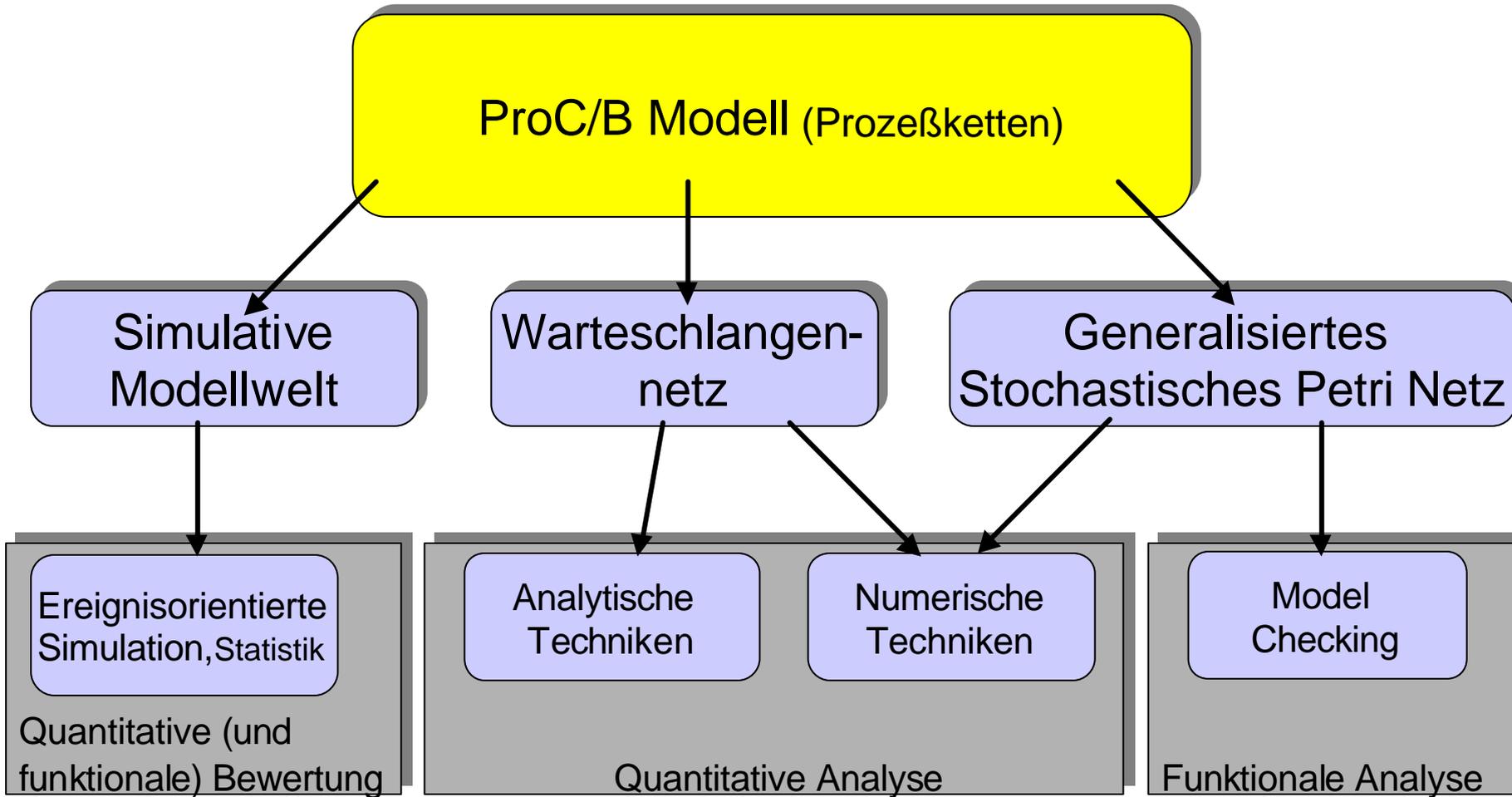
- funktionale Eigenschaften
 - informal: „funktioniert ein System im Sinne erwünschter / zulässiger Aktionsfolgen und im Sinne erreichbarer Zustände“
 - typische Beispiele: kein Deadlock, kein Starvation
 - formal: Ausdruck einer modalen Logik (z.B. CTL, LTL, ...)
- quantitative Eigenschaften
 - informal: „welche Leistung erbringt ein System über die Zeit“
 - Beispiel: Durchsatz, Auslastung, Antwortzeit
 - formal: Rewardfunktionen über Zustände, Aktionen, Abläufe

Quantitative Eigenschaften lassen sich ökonomisch interpretieren

- Erfassung von Kosten, ...



Analyse von ProC/B Modellen





Einige Analysemethoden

- ereignisorientierte Simulation
 - breit anwendbar, kaum Einschränkungen bzgl. Beschreibungskonstrukten und Charakterisierung der Zeit
 - statistische Auswertung anhand des beobachteten / gemessenen Verhaltens, auch bei offenen Systemen, bei potentiell unendlichen Zustandsräumen
 - Schwierigkeiten bei seltenen Ereignissen, unterschiedlichen Zeitskalen, ...
- analytische Methoden für Warteschlangennetze
 - für separable Netze / Produktformnetze sehr effiziente Verfahren bekannt
 - bestimmen Mittelwerte bzgl. Auslastung, Durchsatz, Antwortzeiten
 - Einschränkungen bzgl. stochastischer Verteilungen und Verhalten
- numerische Methoden für Markovprozesse
 - für endliche Zustandsräume exakte Lösungsverfahren bekannt
 - liefern Rate- und Impulserewards anhand transienter oder stationärer Verteilungen



Warteschlangenanalyse

- offene/geschlossene/gemischte separable Netze
 - mehrere Kundenklassen, unterschiedliche Bedienstationen
- Angenehmer Spezialfall, stationäre Verteilung der Form

$$P[z] = \prod_{i \in I} (P[z_i]) / G$$
 - G: Normalisierungskonstante
 - $P[z_i]$: stationslokale stationäre Verteilung
- Input
 - Stationen, Arbeitsumfang, Arbeitsintensität je Klasse
- Output
 - Mittelwerte für Auslastung, Verweilzeit, Durchsatz
 - je Klasse, je Station, für das Gesamtsystem
- Berechnung:
 - bei offenen Systemen anhand bekannter Formeln, z.B. $\mathbf{E}[\mathbf{N}] = \mathbf{r} / (1 - \mathbf{r})$
 - bei geschlossenen Systemen rekursive Algorithmen, z.B.
 - MVA, Rekursion über die Anzahl Kunden im Netz
 - Convolution, Rekursion über die Anzahl Stationen

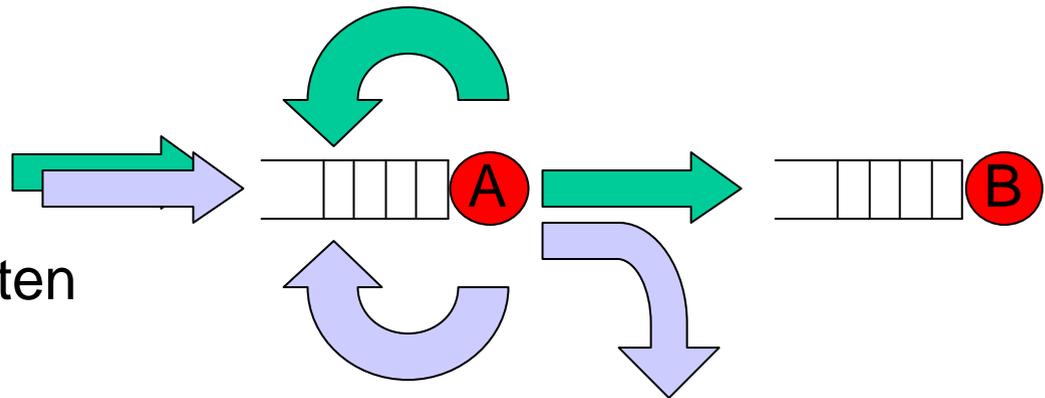
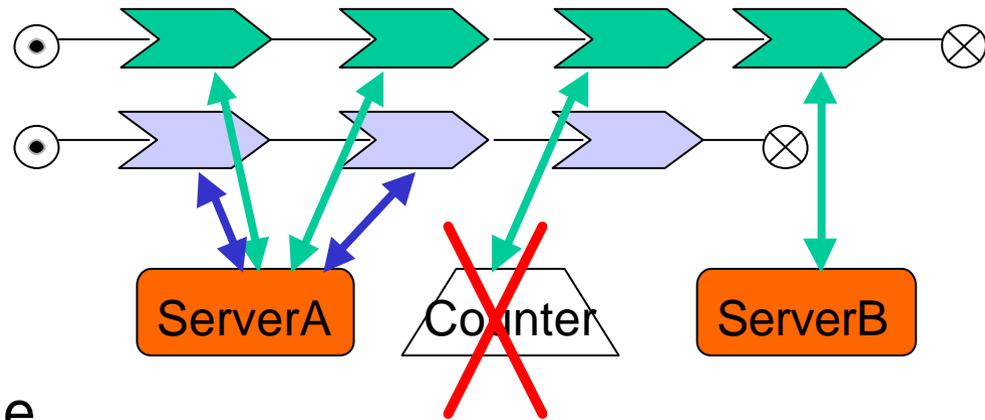
Warteschlangenanalyse von ProC/B Modellen



Grundidee:
Prozeßketten bilden
offene Netze mit
Prozessen als Kunden.

1 Prozeßkette formuliert
Verhaltensmuster für eine
spezielle Kundenklasse
-> Kette eines offenen
Warteschlangennetzes

Server / Funktionseinheiten
werden zu Stationen.





Markov Prozess

- Generator Matrix $\mathbf{Q} \in R^{(n \times n)}$, $\mathbf{Q}(x, x) = -\sum_{y \in S, x \neq y} \mathbf{Q}(x, y)$
- Anfangsverteilung $\mathbf{p}_0 \in R_{\geq 0}^n$, $\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_0(i) = 1$
- Mathematische Lösung für viele Probleme bekannt
 - Stationäre Verteilung $\mathbf{p}\mathbf{Q} = 0$, $\sum_{i=1}^n \mathbf{p}(i) = 1$
 - Transiente Verteilung $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}(0)e^{\mathbf{Q}t} = \mathbf{p}(0) \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\mathbf{1}t} \frac{\mathbf{1}t^k}{k!} \cdot \mathbf{P}^k$
- Rewards
 - rate, impulse, accumulated rewards
- Nutzen
 - Berechnung von Rewards, Leistungskennzahlen als Momente von Verteilungen
 - Aggregatberechnung, flußäquivalenter Bediener zur Vereinfachung von Modellen für andere Verfahren, z.B. für die Simulation
- Wo ist das Problem ?

extrem große Werte für n, $n > 10^6$, d.h. Systeme haben Millionen von Zuständen!
Praktisches Problem in der Informatik

 - => Speicherplatzbedarf zur Darstellung von Q
 - => Rechenaufwand zur Berechnung von Verteilungen



Numerische Analyse von Markov Prozessen

- Lösungsverfahren, bei großen Zustandsräumen
 - iterative Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme, z.B.
 - Power Methode, Jacobi, Gauss-Seidel, Projektionsverfahren
 - Uniformisierung, Randomisierung für die transiente Analyse
jeweils Matrix-Vektor Multiplikation als Basisoperation
Beobachtung: Matrix bleibt im Laufe der Berechnung i.w. unverändert

- Ratenmatrix $\mathbf{R} = \mathbf{Q} - \mathbf{D}$
 - Darstellung als dünnbesetzte Matrix
 - Darstellung als **modulare Kroneckerstruktur**
 - Darstellung als hierarchische Kroneckerstruktur

$$\mathbf{R}^i = \sum_{l \in L} \mathbf{W}_l^i$$

$$\overline{\mathbf{R}} = \sum_{l \in L} \mathbf{V}_l \otimes_{i=1}^N \mathbf{W}_l^i$$

- Grundidee bei Kroneckerstrukturen:

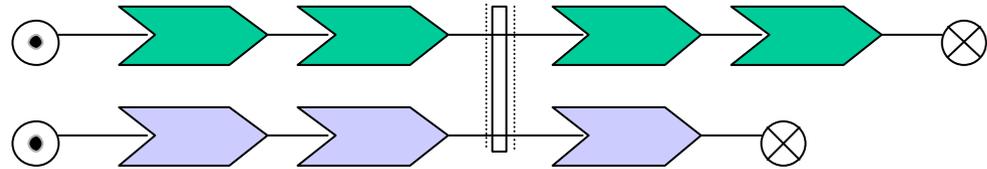
Stelle Matrix der Dimension $\left(\prod_{i=1}^N n^i \times \prod_{i=1}^N n^i \right)$ durch eine Menge kleinerer $(n^i \times n^i)$ Matrizen und Verknüpfungsoperatoren dar, damit

Platzbedarf $L \cdot \sum_{i=1}^N (n^i)^2$ statt $\left(\prod_{i=1}^N n^i \right)^2$

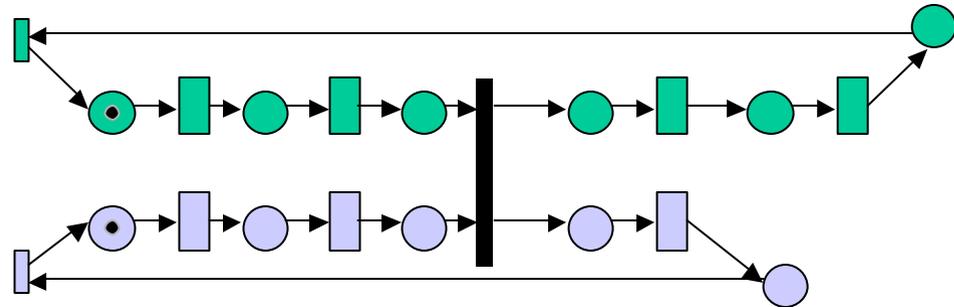


Ableitung einer Kroneckerdarstellung

Interagierende Prozesse



Komponenten eines GSPNs



Matrizen und Kronecker Operatoren
zur kompositionellen Darstellung des
zugehörigen Markovprozesses

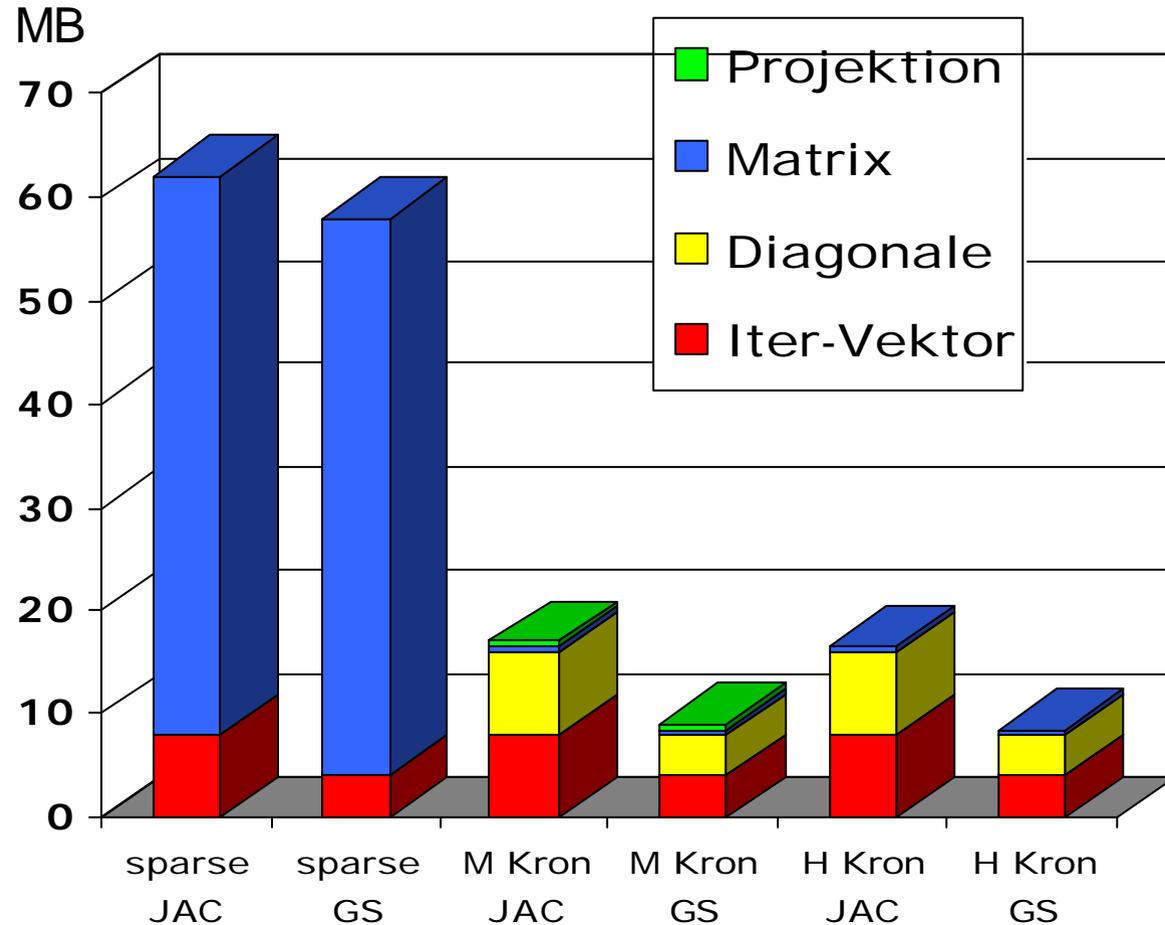

 $\{ \otimes, \oplus \}$




Erwünschter Effekt: Platzeffiziente Darstellung

Beispielmodell: Flexible Manufacturing System (Ciardo '93)

- Iterative Lösung LGS mit
 - 4 Mio Zustände, Variable
 - reellwertige Matrizen
- Iterative Verfahren als
 - JAC : Jacobi
 - GS : Gauss Seidel
- in Verbindung mit
 - Kron :
Kroneckerdarstellung
 - Kron M : modular
 - Kron H: hierarchisch
- Speicherplatz in MB

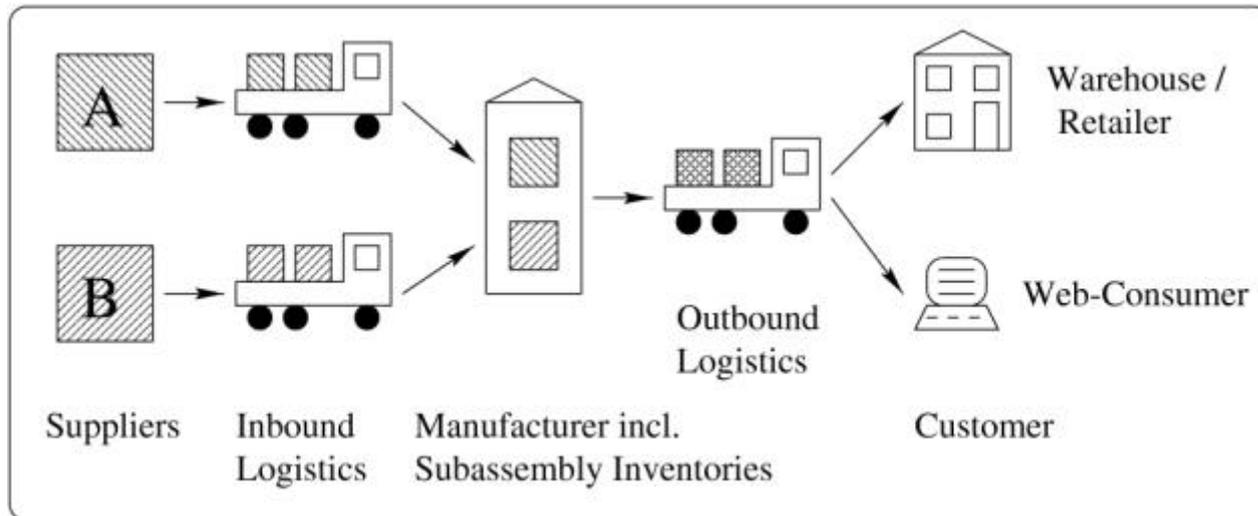




Ausgestaltung der Lösungsverfahren

- Multivalued Decision Diagrams zur Projektion auf relevante Teilmatrizen
 - Erreichbarer Anteil
 - Stochastische Verifikation
- sequentielle Varianten
 - unterschiedliche Matrix-Vektor Multiplikationsverfahren
 - unterschiedliche Vektor Darstellungen
 - weitere Ergänzungen: Aggregation/Disaggregationsschritte
- parallele Varianten
 - Matrix-Vektor Multiplikationsverfahren
 - bei Shared Memory Architekturen
 - spezielle modulare Kroneckerstrukturen
 - bei Distributed Memory Architekturen, LANs
 - asynchrone Block-Iterationsverfahren mit hierarchischen Kroneckerstrukturen für stationäre Analyse
- Aufbereitung von Ergebnissen der numerischen Analyse zur Aggregation von Teilmodellen
 - beschleunigt Simulation
 - hilfreich bei unterschiedlichen Zeitskalen

Beispiel: Supply Chain



Szenario:

- Zwei Arten von Kunden bestellen Produkt eines Herstellers, der Materialien von 2 Zulieferern A und B bezieht
- Web-Aufträge
 - betreffen kleine Mengen; Auslieferung in Batches
 - teilen Ressourcen mit Aufträgen von Zwischenhändlern

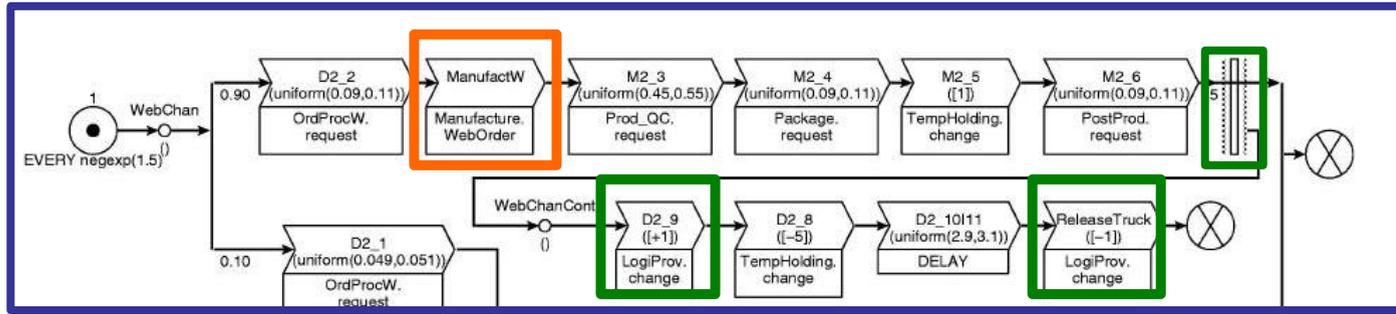
Ziele der Analyse:

- Wie stark werden Durchlaufzeiten der Retailbestellungen durch Webaufträge beeinflusst?
- Bei welcher Nachfrage durch Webkunden ist der Gewinn maximal? (Konventionalstrafen bei verspäteter Lieferung von Retailbestellungen)

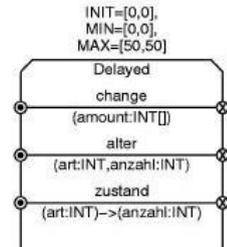
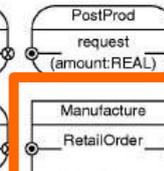
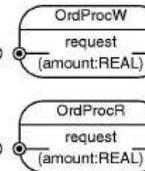
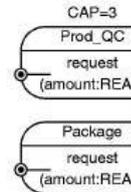
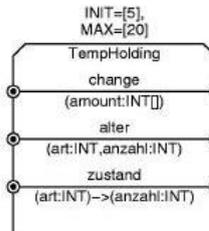
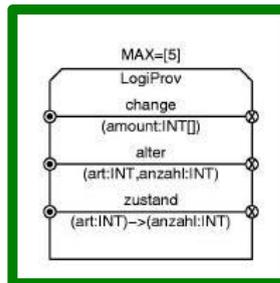
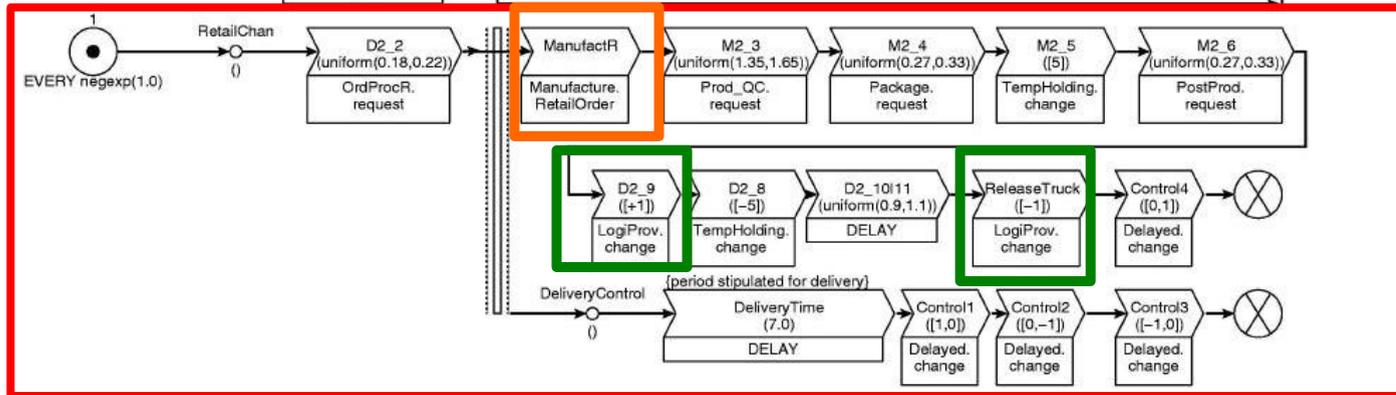
Beispiel: ProC/B Modell



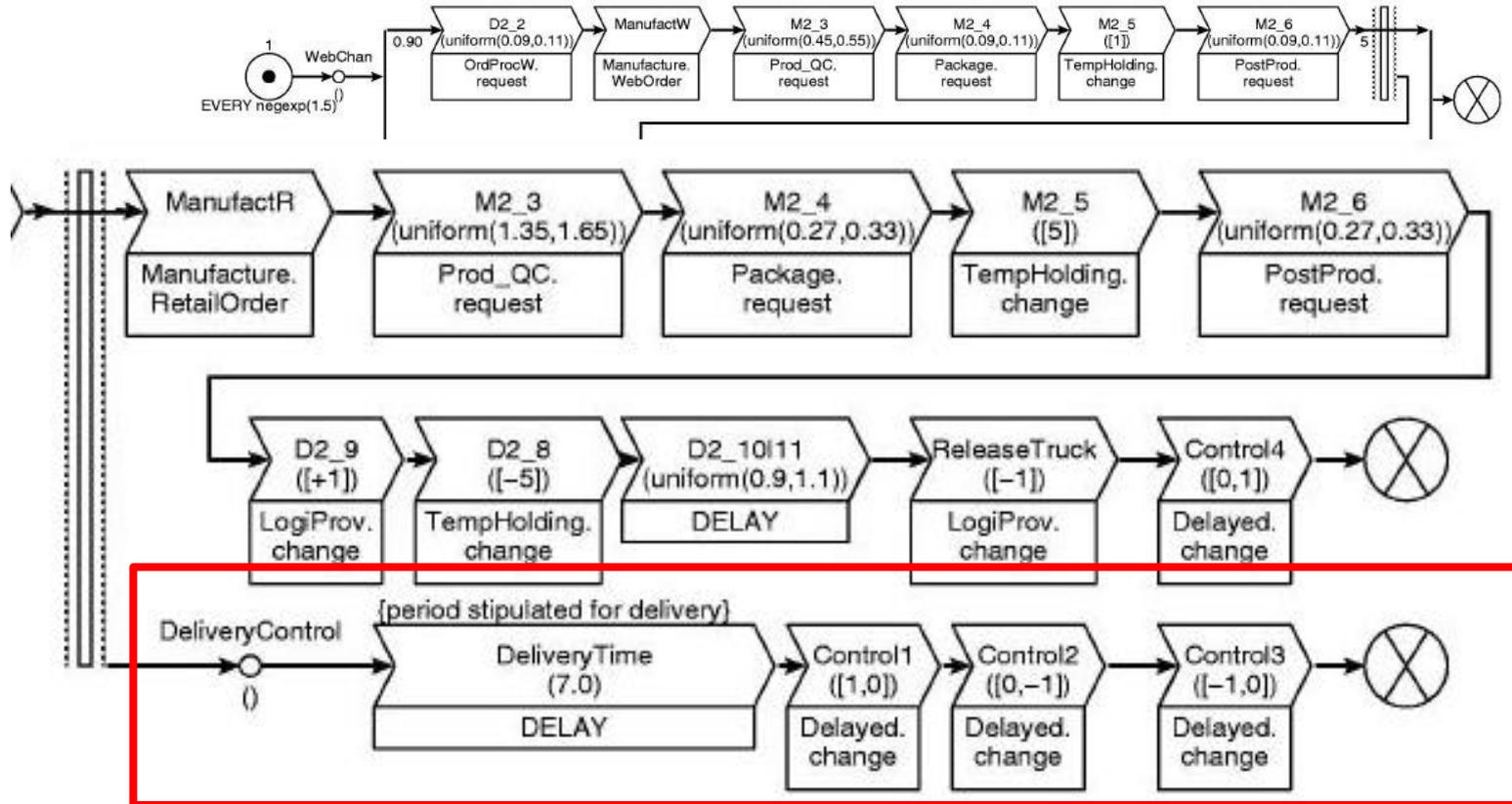
Web-Consumer



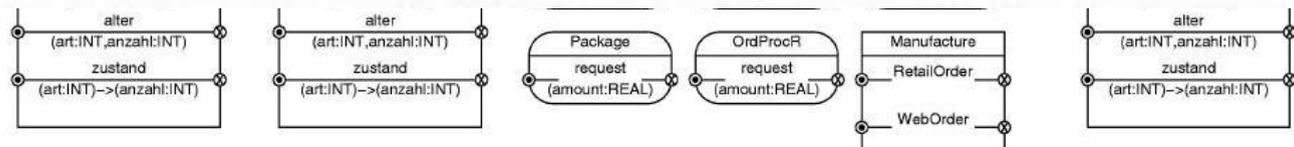
Retailer



Beispiel: ProC/B Modell



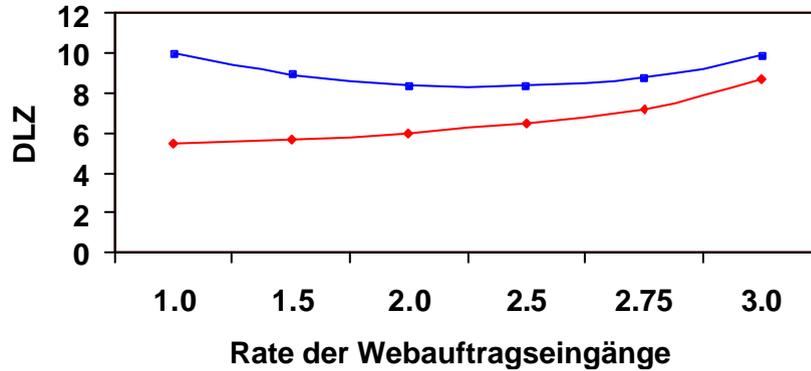
Retailer



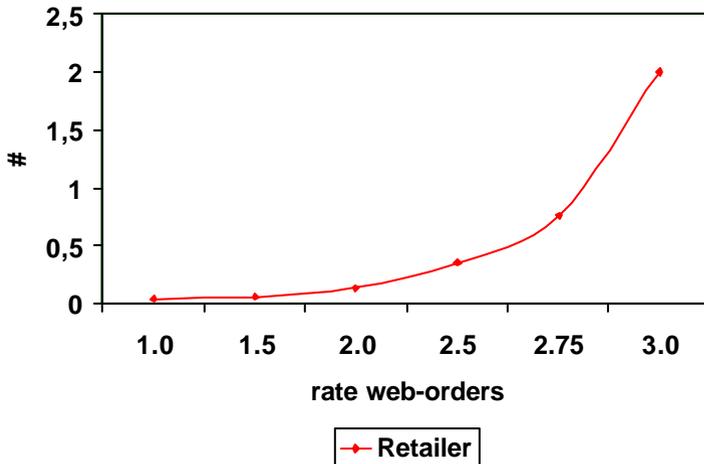


Beispiel: Ergebnisse

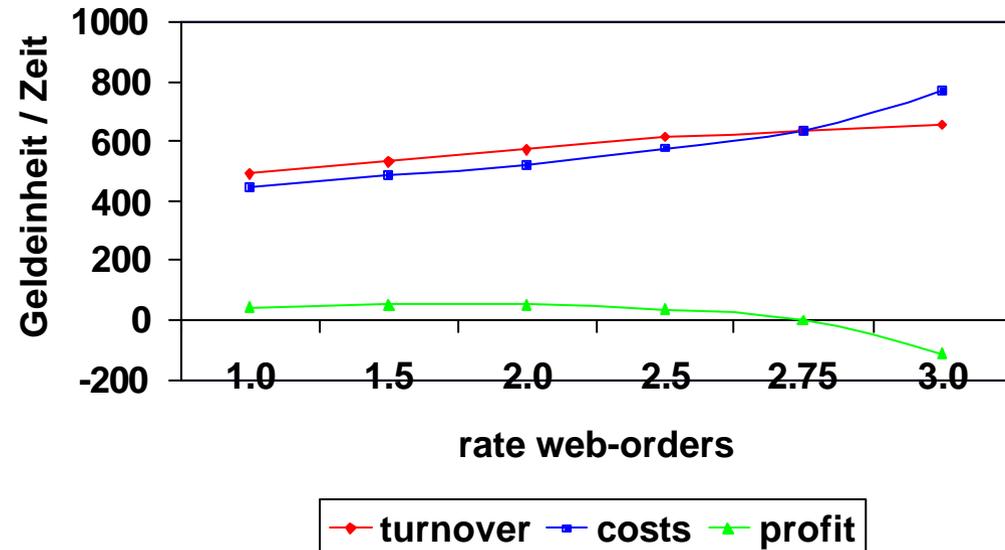
Durchlaufzeiten für Aufträge



Mittlere Anzahl verspäteter Retailerauslieferungen



Ökonomische Interpretation





Zusammenfassung

- Modellgestützte Bewertung ereignisorientierter Systeme
- Prozeßketten: Modellwelt aus Logistik motiviert
 - prozeßorientierte Modellierung
 - Abbildung auf Modellwelten mit spezifischen Analysetechniken
 - Simulations-Modellwelten
 - Warteschlangennetze
 - Markovprozesse (stochastische Petri Netze)
- Analysemethoden
 - ereignisorientierte Simulation
 - numerische Verfahren für Markovprozesse
 - analytische Verfahren für Warteschlangennetze
- Anwendungsbeispiel aus dem Supply Chain Management



Kronecker Algebra

Eigenschaften:

Assoziativ

$$(A \otimes B) \otimes C = A \otimes (B \otimes C),$$

Verträglich mit

Multiplikation

$$(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C),$$

Distributiv bzgl Addition

$$(AB) \otimes (CD) = (A \otimes C)(B \otimes D)$$

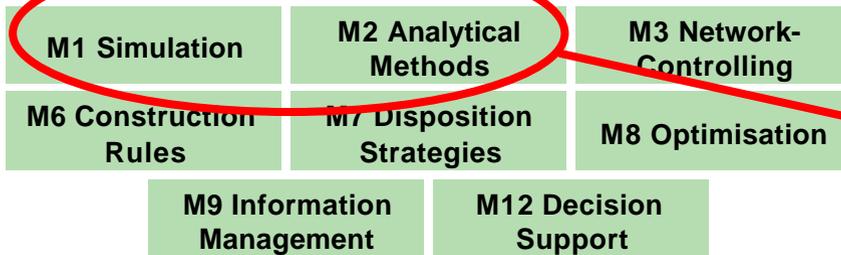
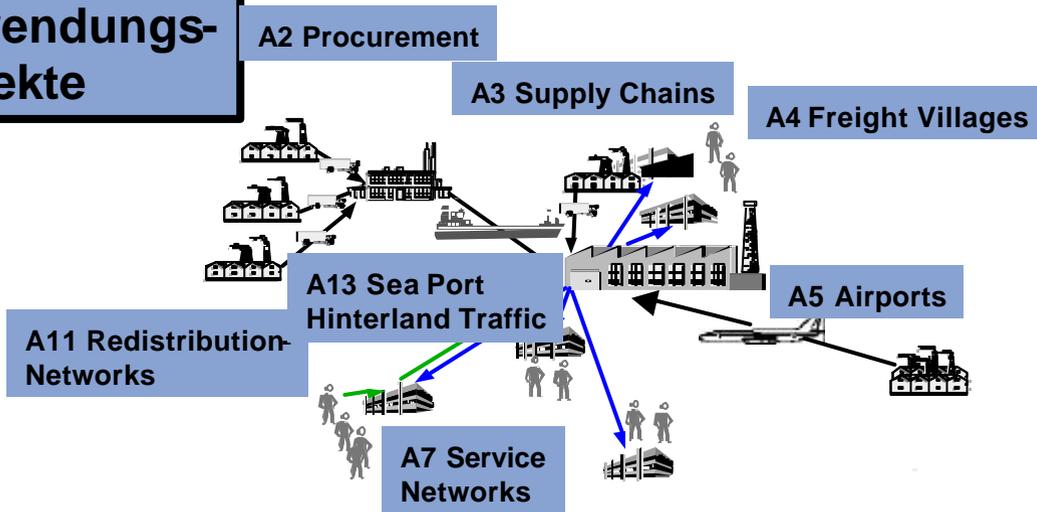
$$(A + B) \otimes (C + D) = A \otimes C + A \otimes D + B \otimes C + B \otimes D$$

Idee zur Darstellung von kommunizierenden Automaten:

- Synchronisation von Transitionen -> Kronecker Produkt
- unabhängige, lokale Transitionen -> Kronecker Summe
- Identitätsmatrizen I als neutrale Elemente



Anwendungsprojekte



Methodenprojekte

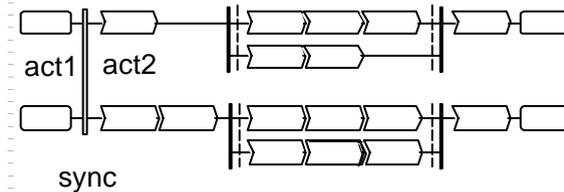
unterstützen die Analyse von Logistiknetzwerken mit Methoden der Informatik im Notationsumfeld der Logistik

Modellwelt:

Prozeßketten

Paradigma (descriptiv)

Prozeßketten beschreiben Prozeßmuster:



Hierarchische Kroneckerdarstellung



- K-stufige Hierarchie, hier zur Vereinfachung $K=2$
- High Level Automat mit n Zuständen kontrolliert / beobachtet
Zustandswechsel von N Low Level Automaten
- Blockstrukturierte Matrix

$$Q = \begin{bmatrix} Q[1,1] & \cdots & Q[1,n] \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ Q[n,1] & \cdots & Q[n,n] \end{bmatrix}$$

- einzelner Block $Q[i,j]$ durch modulare Kroneckerstruktur
- zusätzliche Vorteile einer hierarchischen Struktur
 - Verfahren mit Aggregation/Disaggregation
 - synchrone, asynchrone Iterationsverfahren
 - verteilte, parallele Verfahren gemäß Blockstruktur
 - Erreichbarkeit aller Zustände in der Darstellung garantiert